IMO tábor, 2026. október 21.

1. Az ABC derékszögű háromszögben a D pont az AC befogó belsejében, az E pont az AB átfogó B-n túli meghosszabbításán helyezkedik el. Az ADE és a BCE kör második, E-től különböző metszéspontja F. Mutassuk meg, hogy $CFD\sphericalangle = 90°$. (KöMaL B.5047., 4 pont)

2. Az $ABCD$ konvex négyszögnek nincsenek párhuzamos oldalai, az AB és CD egyenesek metszéspontja M. Az AB oldal belsejében az X, a CD oldal belsejében pedig az Y pont úgy mozog, hogy közben $AX : XB = DY : YC$. Mutassuk meg, hogy az MXY köröknek van még egy, M-től különböző közös pontja. (KöMaL B.5155., 5 pont)

3. Az ABC hegyesszögű háromszögben a beírt kör érintési pontja a BC, CA, AB oldalon rendre D, E, illetve F. A háromszög köré írt kör az AEF kört másodszor az A-tól különböző P pontban metszi. A körülírt kör A-t nem tartalmazó ívének felezőpontja M, a körülírt és a beírt kör külső hasonlósági pontja H. Mutassuk meg, hogy P, H, D és M egy egyenesen van. (A KöMaL B.5221. megoldásából)

4. Az ABC hegyesszögű háromszögben $AB < AC$. A BC oldalhoz hozzáírt kör középpontja K, a kör a BC oldalt az E pontban érinti. Az AK szakasz Thalész-köre az A-ból induló magasság meghosszabbítását a P, az ABC háromszög köré írt kört másodszor a $Q \neq A$ pontban metszi. Igazoljuk, hogy a P, E és Q pontok egy egyenesre esnek. (Kürschák 2026/2)

5. Adott a BC egyenesen a BC szakasz felezőpontjától különböző T pont. A T középpontú k kör a T-ben BC-re állított merőlegest A-ban, az AB és AC egyeneseket pedig a K, illetve az L pontokban metszi. Legyen k és az ABC köréírt kör A-tól különböző metszéspontja M. Bizonyítsuk be, hogy a KL, AM és BC egyenesek egy ponton mennek át. (KöMaL B.4800., 5 pont)

6. Az ABC hegyesszögű háromszög magasságpontja H, körülírt körének középpontja O. Legyen D és E az AB, illetve AC szakasz belső pontja. Az ADE háromszög magasságpontja és körülírt körének középpontja H', illetve O'. Mutassuk meg, hogy a HH' és OO' egyenesek akkor és csak akkor párhuzamosak, ha $BD = CE$. (KöMaL B.5173., 6 pont)

7. Az ABC háromszög BC oldalának F a felezőpontja. Az A-n áthaladó, BC-t F-ben érintő kör messe az AB és AC oldalakat rendre az M és N pontokban. A CM és BN szakaszok metszéspontja legyen X. A BMX és CNX háromszögek köréírt köreinek második metszéspontja legyen P. Igazoljuk, hogy A, F és P egy egyenesre illeszkednek. (KöMaL A.831.)