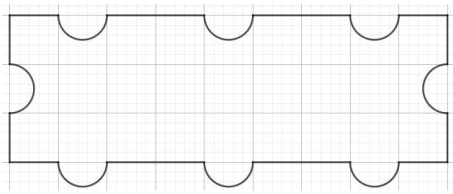
Poliominónak olyan összefüggő alakzatokat nevezünk, melyek megkaphatóak a négyzetrács néhány egységnégyzetének uniójaként. Például: 

Egy alakzatot puzzle darabnak hívunk, ha megkapható úgy, hogy egy poliominó alakzat minden egységnyi oldalát az 5. feladathoz hasonlóan módosítunk egy ki vagy befele álló félkörrel. Egy puzzle darab *kiegyensúlyozott*, ha a kifelé és befelé álló félköreinek száma egyenlő, különben pedig *kiegyensúlyozatlan*.

1. Mely négyszögekkel csempézhető a sík?
2. Mutass konvex ötszöget, mellyel csempézhető a sík.
3. Létezik-e hétszög, mellyel csempézhető a sík?
4. Létezik-e **konvex** hétszög, mellyel csempézhető a sík?
5. Lássuk be, hogy ha egy sáv csempézhető egy poliominoval, akkor létezik periodikus csempézése is azzal.
6. A következő alakzattal csempézhető-e a sík?



7. Létezik-e kiegyensúlyozottlan puzzle darab, mely csempézi a síkot?
8. Mutass kiegyensúlyozott puzzle darabot, mely nem csempézi a síkot.
9. Legfeljebb hány éle lehet egy síkbarajzolt 10 csúcsú egyszerű gráfnak?
10. Fel lehet-e vágni a síkot hétszögekre úgy, hogy mindegyik hétszög konvex (de lehetnek különbözők)?
11. Legyen $S_1 = 1$, $S_2 = 1, 2$ és S_{i+1}-et úgy kapjuk, hogy S_i minden karakterére egyszerre alkalmazzuk a következő kicserélési szabályt $1 \to 1, 2$, $2 \to 1, 1, 2$. Pl.: $S_3 = 1, 2, 1, 1, 2$

    a) Lásd be, hogy létezik egy S_∞ végtelen sorozat, melynek minden S_i kezdőszelete.

    b) Periodikus-e S_∞ vagy sem?

12. A következő, három négyzetből álló dominót L-dominónak hívjuk: 

    Vegyünk egy 1024×1024-s sakktáblát és töröljük egy mezőjét. Igaz-e hogy a maradék mindig csempézhető L dominókkal?

Bónusz feladatok

1. Adjunk meg olyan alakzatot, mellyel egy egység széles sáv csak aperiodikusan csempézhető.
2. Le lehet-e csempézni a síkot úgy, hogy minden csempe egy szabályos háromszög vagy négyszög, legalább egy háromszöget használunk, de csak véges sok háromszöget használunk?
3. Vegyünk egy kockát és mind a hat oldalára ragasszunk még egy-egy kockát. A kapott testtel ki lehet-e csempézni a háromdimenziós teret?
4. **KöMaL B. 4190** Vegyünk egy kockát és öt oldalára ragasszunk még egy-egy kockát. A kapott testtel ki lehet-e csempézni a háromdimenziós teret?
5. Hívjuk egységintervallumoknak az $[a, a+1]$ alakú intervallumokat, ahol a egy **egész** szám. Mutasd meg, hogy bármely három egységintervallum uniója csempézi az egyenest. Másként mondva: bármely $a, b > 0$ egészekre felbontható az egész számok halmaza olyan diszjunkt számhármasokra, hogy mindegyik számhármas $x, x+a, x+a+b$, vagy $x, x+b, x+a+b$ alakú.
6. Egy téglalapot szépnek nevezünk, ha valamelyik oldala egész hosszú. Egy téglalapot felbontottunk néhány szép téglalapra. Mutasd meg, hogy ekkor maga a téglalap is szép.
7. Bontsunk fel a szabályos 18-szöget egybevágó konvex ötszögekre.
8. Bontsuk fel a szabályos 12-szöget minél több egyforma darabra.
9. **Kömal B. 5085.** Mutassuk meg, hogy a szabályos hétszöget fel lehet darabolni véges sok, egymáshoz hasonló szimmetrikus trapézra. Javasolta: Laczkovich Miklós

