

## IMO tábor, 2026. szeptember 11/12..

1. Az  $ABCD$  konvex négyszögben  $AD = BC$ ,  $\angle ABC = 90^\circ$  és  $\angle DAB = 100^\circ$ . Az  $AB$  és  $CD$  oldalak felezőmerőlegesei az  $M$  pontban metszik egymást. Mekkora lehet az  $\angle AMB$  szög?
2. Az  $ABC$  háromszögben  $P$  a  $BC$ ,  $Q$  a  $CA$ ,  $R$  az  $AB$  oldal belső pontja. Az  $ARQ$ ,  $BPR$ ,  $CQP$  körök középpontjai rendre  $O_A$ ,  $O_B$ , illetve  $O_C$ . Mutassuk meg, hogy az  $O_A O_B A_C$  háromszög hasonló az  $ABC$  háromszöghöz.
3. Let  $ABC$  be an acute-angled triangle with  $AB \neq AC$ . The circle with diameter  $BC$  intersects the sides  $AB$  and  $AC$  at  $M$  and  $N$  respectively. Denote by  $O$  the midpoint of the side  $BC$ . The bisectors of the angles  $\angle BAC$  and  $\angle MON$  intersect at  $R$ . Prove that the circumcircles of the triangles  $BMR$  and  $CNR$  have a common point lying on the side  $BC$ . (IMO 2004/1)
4. In triangle  $ABC$ , let  $J$  be the center of the excircle tangent to side  $BC$  at  $A_1$  and to the extensions of the sides  $AC$  and  $AB$  at  $B_1$  and  $C_1$  respectively. Suppose that the lines  $A_1B_1$  and  $AB$  are perpendicular and intersect at  $D$ . Let  $E$  be the foot of the perpendicular from  $C_1$  to line  $DJ$ . Determine the angles  $\angle BEA_1$  and  $\angle AEB_1$ . (IMO Shortlist 2006/G5)
5. Legyen az  $ABC$  háromszögben  $\angle BCA = 90^\circ$ , és legyen  $D$  a  $C$ -ből induló magasságvonal talppontja. Legyen  $X$  a  $CD$  szakasz belső pontja. Legyen  $K$  az  $AX$  szakasznak az a pontja, amire  $BK = BC$ . Hasonlóan, legyen  $L$  a  $BX$  szakasznak az a pontja, amire  $AL = AC$ . Legyen  $M$  az  $AL$  és  $BK$  egyenesek metszéspontja. Bizonyítsuk be, hogy  $MK = ML$ . (IMO 2012/5)
6. Legyen  $ABC$  egy hegyesszögű háromszög, amiben  $AB > AC$ . Legyen  $\Gamma$  ezen háromszög körülírt köre,  $H$  a magasságpontja és  $F$  az  $A$ -ból kiinduló magasság talppontja. Legyen  $M$  a  $BC$  szakasz felezőpontja. Legyen  $Q$   $\Gamma$ -nak az a pontja, amire  $\angle HQA = 90^\circ$ , és  $K$   $\Gamma$ -nak az a pontja, amire  $\angle HKQ = 90^\circ$ . Feltesszük, hogy az  $A, B, C, K, Q$  pontok mind különbözőek, és ilyen sorrendben követik egymást a  $\Gamma$  körön. Bizonyítsuk be, hogy a  $KQH$  és  $FKM$  háromszögek körülírt körei érintik egymást. (IMO2015/3)
7. Let  $ABC$  be a triangle with circumcircle  $\Omega$ . Let  $S_b$  and  $S_c$  respectively denote the midpoints of the arcs  $AC$  and  $AB$  that do not contain the third vertex. Let  $N_a$  denote the midpoint of arc  $BAC$  (the arc  $BC$  including  $A$ ). Let  $I$  be the incenter of  $ABC$ . Let  $\omega_b$  be the circle that is tangent to  $AB$  and internally tangent to  $\Omega$  at  $S_b$ , and let  $\omega_c$  be the circle that is tangent to  $AC$  and internally tangent to  $\Omega$  at  $S_c$ . Show that the line  $IN_a$ , and the lines through the intersections of  $\omega_b$  and  $\omega_c$ , meet on  $\Omega$ . (EGMO 2023/6)