Olimpiai szakkör 2022.11.11.

1. Lefedhető-e egy 8×8-as sakktábla 15 darab *T* és egy 2×2 tetraminóval?
2. Egy 4×4×4-es kocka egy csúcsban találkozó három lapja tapétázható-e hézag és átfedésmentesen 16 darab 3×1-es csíkkal?
3. Egy 9×9-es tábla minden mezőjén van egy szöcske. A vezérszöcske füttyent egyet, erre minden szöcske egy átlósan szomszédos mezőre ugrik. Lehet, hogy valamely mezőre így több szöcske kerül, más mezők üresen maradnak. Minimum hány üres mező lesz?
4. A sík minden pontját pirosra, vagy kékre színeztük. Igazoljuk, hogy lesz olyan téglalap, amelynek minden csúcsa azonos színű.
5. Egy gömb felszínének minden pontját pirosra, vagy kékre festjük. Igazoljuk, hogy van szabályos háromszög, amelynek csúcsai azonos színűek.
6. A sík minden pontját pirosra, vagy kékre színeztük. Igazoljuk, hogy valamely színre igaz, hogy minden pozitív valós érték előfordul két ilyen színű pont távolságaként.
7. Egy modern képtár alaprajza egyszerű sokszög, amelynek *n* csúcsa van. (összefüggő, önmagát nem metszi, nincsnek benne ”szigetek”). Adjuk meg a teremőrök számának minimumát, akik szemmel tudják tartani a képtár minden részét.
8. Mely *n* értékekre vágható fel egy konvex sokszög egymást nem metsző átlókkal úgy, hogy minden sokszögcsúcsból páros sok átló induljon?
9. Egy háromszöglapra pontokat teszünk (lehetnek a kerületen is) és ezeket összekötve a háromszöget kisebb háromszögekre daraboljuk. A csúcsokat kiszínezzük az *A*, *B*, és *C*, színekkel. Az *AB* oldalon levő további pontok színe *A*, vagy *B*; a *BC* oldalon levő további pontok színe *B*, vagy *C*; az *CA* oldalon levő további pontok színe *C*, vagy *A*. A belső csúcsokat is kiszínezzük. Bizonyítsuk be, hogy lesz olyan kis háromszög ,amelynek csúcsai páronként különböző színűek.