Olimpiai szakkör 2022. február 25.

Szeretettel köszöntöm az érdeklődőket az olimpiai szakkörön. Sajnos még nem tudom felajánlani az év eleji hibrid szakköri megoldást, jelenleg még nem fogadhat az épület szabadon külsős látogatókat. A Fazekasos diákokat viszont várom a 127/a teremben, így próbálunk a szakkör szokásos munkahangulatához visszatérni. A teremben a feladatsorokat 14.30-tól át lehet venni, és gondolkozni, felkészülni. A zoom-on kozvetitett hibrid szakkor délután 15-17 között lesz. Dobos Sándor

1. Fedhető-e a sakktábla 15 fekvő és 17 álló dominóval?
2. Egy $10\times10\times10$-es doboz kitölthető-e $1\times1\times4$-es téglatestekkel?
3. n poz. egész. $1\times n$-es téglalapokból kirakunk egy $a\times b$ méretűt. Biz. n osztja a-t, vagy b-t.
4. Egy 6×6-os táblát 1×2-es dominókkal fedtek. Biz. van olyan osztóvonal, amely nem vág ketté dominót.
5. Egy nagy téglalapot kisebb téglalapokra vágtunk, melyeknek legalább egyik oldala egész hosszúságú. Biz. a nagy téglalap legalább egyik oldala egész hosszú.
6. Egy 8×8-as sakktábla mezőin lépegetünk, mindig oldalszomszédosakra és minden mezőt egyszer érintve visszajutunk a kiinduló mezőre. Lehet-e, hogy mindkét irányban 32 lépést tettünk?
7. Tegyük fel, hogy az a,b,c,d egész számok nem mind egyenlők. Ebből a számnégyesből elkészítjük az $(a-b,b-c,c-d,d-a)$ számnégyest, majd ebből hasonló módon lépegetünk tovább. Igazoljuk, hogy bármiből is indultunk, véges sok lépés után a számnégyes egyik tagja nagyobb lesz 2018 milliónál.
8. Egy szabályos ötszög minden csúcspontjához oly módon rendeltünk egy-egy egész számot, hogy ennek az öt számnak az összege pozitív legyen. Ha az öt csúcs közül három egymás utánihoz írt számokat rendre x, y, z-vel jelölünk és $y<0$, akkor helyükre írható (ugyanebben a sorendben) az $x+y$, $-y$, $z+y$. Ezt ismételgethetjük, amíg van negatív y szám. Döntsük el, minden esetben befejeződik-e az eljárás véges sok lépésben. IMO 1986.3.