

1. Az $ABCD$ paralelogrammában $AC=BC$. Az AB egyenes B -ből induló, A -t nem tartalmazó félegyenesén kiválasztunk egy P pontot. Az ACD háromszög köré írt kör és a PD szakasz másik közös pontja Q , az APQ háromszög köré írt kör és a PC szakasz másik közös pontja R . Bizonyítsuk be, hogy a CD , AQ és BR egyenesek egy ponton mennek át.

2. Legyen n adott pozitív egész. Határozzuk meg az alábbi kifejezés legkisebb értékét, ha $a_1, a_2, \dots, a_n$ az $(1, 2, \dots, n)$ számok összes lehetséges sorrendjét felveheti:

$$\left\lceil \frac{a_1}{1} \right\rceil + \left\lceil \frac{a_2}{2} \right\rceil + \dots + \left\lceil \frac{a_n}{n} \right\rceil.$$

$[y]$ az y valós szám egészrésze, az y -nál nem nagyobb egészek közül a legnagyobb.

3. Keressük meg az összes olyan pozitív egész N számot, amelyre teljesül a következő: N -nek mind a k darab pozitív egész osztóját tekintve, ezeknek létezik $d_1, d_2, \dots, d_k$ sorrendje úgy, hogy minden $i=1, 2, \dots, k$ esetén a $d_1 + \dots + d_i$ összeg értéke négyzetszám.